

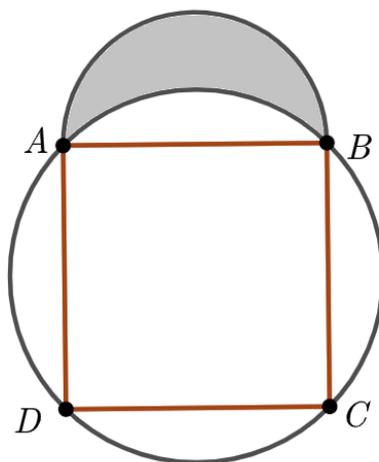


Segundo de secundaria

Parte A

Cada problema vale 1 punto y sólo tomaremos en cuenta la respuesta.

1. ¿Cuántos números de seis dígitos tienen al menos un número par?
2. Sea ABC un triángulo acutángulo con AB su lado más pequeño y $\angle C = 36^\circ$. El pie de altura desde B a AC es T y A' es un punto en el segmento AC tal que T es punto medio de AA' . Si $\angle A'BC = 32^\circ$. ¿Cuál es la medida del ángulo $\angle ABT$?
3. De los enteros del 1 al 100 ¿Cuántos se pueden expresar como $x + \sqrt{x}$? Donde x es un entero positivo menor que 100.
4. Determina el máximo entero positivo que divide a cualquier número de la forma $n^3 - n$ donde n es un entero positivo impar.
5. En la figura, se ha trazado la circunferencia que pasa por los vértices del cuadrado $ABCD$, el cual tiene lado 14. También se ha trazado la semicircunferencia de diámetro AB y se ha sombreado la región que queda fuera de la circunferencia mayor. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



6. Determina el menor entero positivo n para el cual $20n$ y $16n$ tienen la misma cantidad divisores.
7. Un entero positivo n se dice *bueno* si $n - 6$ es su mayor divisor (que no es el mismo n). ¿Cuál es la suma de todos los enteros positivos buenos?
8. Sean x, y números reales positivos distintos que cumplen que $x^2 + y^2 = 8xy$. Encuentra la suma del denominador y el numerador de la fracción reducida $(\frac{x+y}{x-y})^2$
9. ¿Cuál es el mayor valor de n tal que 3^n que divide al número con 2022 cifras todas iguales a 9?
10. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al sumar 90 enteros diferentes tomados del 1 al 100?
11. ¿De cuántas formas se puede llenar el siguiente arreglo con $+1$ y -1 de manera que la suma de cada renglón y columna sea cero?

12. Sea n un entero positivo. Las potencias de dos: $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^n$ se han escrito en un pizarrón pero se ha eliminado una de ellas. Se suman las que quedan y el resultado es 7935. ¿Cuál es el valor de n ?

Parte B

Cada problema vale 4 puntos y daremos puntos por avances en la solución. Coloca los avances de solución en los recuadros correspondientes.

13. ¿Cuántas permutaciones del 12345 son tales que no hay dos números consecutivos que estén en posiciones consecutivas? Por ejemplo el número 34215 falla pues el 3 y el 4 son números consecutivos que están en posiciones consecutivas, al igual que el 2 y el 1.
14. En un pizarrón se tienen los números

$$1^1, 2^2, 3^3, \dots, 20205^{2025}$$

Después, cada número es reemplazado por su dígito de la unidad. ¿Cuál es el número que más se repite de los 2025 números que quedan en el pizarrón?

15. Sea $ABCDEFGH$ un octágono regular para el cual $BH^2 = 392$. Los puntos M, N y L son los puntos medios de AB , CD y HG respectivamente. El pie de altura desde B a LN es P . Calcula la medida de PM .